

Cómo piensan los alumnos

Elaboraciones matemáticas suscitadas por un problema

Investigación adelantada en la Escuela Pedagógica Experimental durante el año 2003, en desarrollo del proyecto El modelaje matemático en estudiantes de educación básica, validación de los modelos y los procesos de matematización de la experiencia, financiado por el IDEP.



Por Janeth Malagón Mayorga, Germán Hernando Gallo y John Edgar Castro Montaña
Proyecto financiado por el IDEP
Convocatoria 01 de 2002¹

De las múltiples formas de pensamiento que exhiben los niños cuando se encuentran frente a problemas que les han planteado un reto, queremos centrar nuestra atención en las que se dan en los procesos de elaboración de patrones de solución a un problema. Anotemos que en el desarrollo de la investigación, también se avanzó en la exploración de cómo se identifican las familias de problemas. Esto es de problemas diferentes que pueden solucionarse a partir de los procesos hallados por un miembro de la familia y de los procesos de matematización que aparecen.

La transcripción que sigue corresponde a un momento de la clase, cuando los niños en grupos pequeños buscan la solución a un problema específico, que denominamos 'de los saludos'. En la dinámica que se ilustra existen observadores participantes, se trata de estudiantes de la U. Distrital, quienes en ese momento se desempeñaban como auxiliares de la investigación.

Las siguientes transcripciones fueron realizadas por dichos auxiliares:

En este trabajo la matemática no se ve como contenidos que deben memorizarse sino como una veta muy rica de posibilidades de realización y de rutas alternativas

EDAD PROMEDIO DE LOS ESTUDIANTES

13,5 años.

PROFESOR TITULAR E INVESTIGADOR

Jhon E. Castro.

ESTUDIANTES PRACTICAS DOCENTES

Liliana Cruz, Milena Fonseca y John Munar, estudiantes del programa de matemáticas educativas, de la licenciatura en educación de la Universidad Distrital.

INSTRUMENTO BASICO

Diario de campo y grabaciones de sesión de clase en el nivel 8J

Familia de problemas:

CONTEO, COMBINATORIA

Intenciones

- A partir del planteamiento de situaciones-problema evidenciar el proceso mediante el cual se establecen estrategias, regularidades y patrones característicos.
- Observar si los estudiantes construyen patrones a partir de las situaciones-problema.
- Evidenciar si los estudiantes establecen relaciones entre las diferentes situaciones (patrones).

PROBLEMA 1

Problema de los saludos: Se encuentran 17 personas en un mismo lugar, ¿cuántos saludos se dan?

EL TRABAJO EN PEQUEÑOS GRUPOS:

Mesa N° 1:

Participan Andrés, Linus, William y Javier - Nivel 10G (octavo grado)

En la mesa se entabló una discusión en relación al conteo de los saludos.

Linus- (Preguntándole al profesor) ¿un saludo vale por dos personas?"

Profesor Jhonn: – Un saludo emerge en tanto que existen dos personas.

Linus- ¡ah! entonces si se cuenta por uno, ya que cuando yo me saludo, por ejemplo, con Javier estamos haciendo lo mismo, entonces es 1 solo"

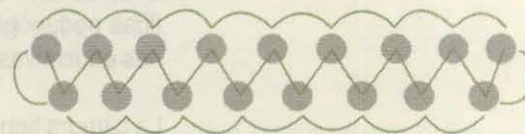
Luego de la aclaración del profesor, Andrés toma la iniciativa en la resolución del problema; empieza a trabajar, diciendo:

Andrés- Como son 17 personas entonces hay 16 saludos, - porque uno mismo no se saluda - entonces por cada persona hay 16 saludos,

Linus- La primera persona saluda a los otros 16 y como son 17 personas entonces es 17×16 , luego la respuesta es 272.

Javier hace la siguiente gráfica

- Corresponde a una persona y traza líneas correspondientes a los saludos que se dan las personas



Linus (interrumpe a Javier diciéndole). – *Así es muy difícil... ¡saben!, para diferenciar la personas, utilicemos números... ¡enumerémoslas!*"

– *La persona 1 se saluda con todos, es decir hasta con la persona 17, ahí van 16 saludos; ahora miremos la persona 2, como 2 y 1 ya se saludaron, la persona 2 se va a saludar desde la persona 3 hasta la 17, entonces siempre se le va restar 1 al número de saludos de la persona anterior, así."*

17 - 1 = 16	Saludos de la primera persona
16 - 1 = 15	Saludos de la 2ª persona
15 - 1 = 14	Saludos de la 3ª persona
14 - 1 = 13	Saludos de la 4ª persona
13 - 1 = 12	Saludos de la 5ª persona
12 - 1 = 11	Saludos de la 6ª persona
11 - 1 = 10	Saludos de la 7ª persona
10 - 1 = 9	Saludos de la 8ª persona
9 - 1 = 8	Saludos de la 9ª persona
8 - 1 = 7	Saludos de la 10ª persona
7 - 1 = 6	Saludos de la 11ª persona
6 - 1 = 5	Saludos de la 12ª persona
5 - 1 = 4	Saludos de la 13ª persona
4 - 1 = 3	Saludos de la 14ª persona
3 - 1 = 2	Saludos de la 15ª persona
2 - 1 = 1	Saludos de la 16ª persona
1 - 1 = 0	Saludos de la 17ª persona

Linus: "Luego sumamos los saludos de todas las personas y nos dio 136"

Entre las muchas observaciones que pueden hacerse, es interesante observar cómo "las flechas" ilustran un pensamiento interesante. Al señalarlo se está identificando un patrón.

Mesa N° 2:

Participan Javier, Daniel y Daniel P. Nivel 10 (octavo grado)

En un primer acercamiento a la solución del problema encontramos conjeturas como las siguientes.

- Se multiplica 17×17 ya que se encuentran todos en el mismo lugar.
- **Daniel P.** refuta este argumento diciendo que uno mismo no se saluda, entonces la respuesta es la de multiplicar $(17 \times 16) - 17$, donde son 17 personas que dan 16 saludos respectivamente menos 17 ya que uno no se saluda uno mismo.
- 17×16 ya que son 17 personas que dan 16 saludos cuando se encuentran.

Se pudo notar muy claramente que los estudiantes no comprendían, en primera instancia, que hay saludos que se repiten por

eso fue necesaria la intervención del observador quien les preguntó sobre la seguridad de su respuesta, los estudiantes tuvieron un momento de cuestionamiento y empezaron a comprobar sus teorías saludándose en donde intervenían solo tres o cuatro personas.

Tomaron como referencia la interacción entre ellos mismos, por ejemplo, se saludaron entre ellos de la siguiente forma:

- Daniel se saluda con Daniel P. y Javier, van dos saludos.
- Daniel P. se saluda con Javier, ya que con Daniel ya se saludaron, entonces es un saludo más.
- Javier ya se saluda con Daniel y Daniel P., no hay más saludos, en total son $2+1$.

Llegaron a otra conjetura: sí con 3 personas hay 3 saludos entonces con 17 personas hay 17 saludos, el observador les preguntó ¿con 4 personas cuántos saludos hay?. Los estudiantes respondieron que hay 4 saludos, el observador les dijo, saludémonos:

- John se saluda con Daniel P., Daniel y Javier, son tres saludos.
- Daniel P. se saluda con Daniel y Javier, son dos saludos más.
- Daniel se saluda con Javier, es un saludo más.

En conclusión son $3+2+1=6$ saludos.

Los estudiantes se quedan pensando y se dan cuenta de que esa conjetura no sirve, en ese momento se parte el grupo en dos, Daniel P. trabaja solo y Daniel trabaja con Javier.

Daniel P. – *cuando son 4 personas entonces se tiene que multiplicamos 4×3 y le restamos la suma de los saludos no existentes, en este caso corresponde a $1+2+3=6$, entonces en total tenemos $4 \times 3 = 12$ y como $12 - 6 = 6$, tenemos número de saludos dados.*

– Cuando son 17 personas se tiene $17 \times 16 = 272$ y $272 - (1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15+16) = 272 - 136 = 136$ que son los saludos que se dan.

Se pudo notar que en el grupo, en primera instancia, sus primeros acercamientos eran el de multiplicar 17×16 , 16×16 o 17×17 , pero se dieron cuenta en la interacción que estas propuestas no eran coherentes. Luego efectuaron los saludos para casos particulares de pocas personas como lo eran 3 o 4 personas preguntándose en cada caso ¿cuántos saludos hay. Finalmente utilizaron el modelo construido para aplicarlo al caso de 17 personas.

Para finalizar anotemos que en el desarrollo de cada actividad se presentan muchas alternativas y que un gran número de ellas se convierte en una posibilidad de solución. En este sentido, la matemática no se ve como un conjunto de contenidos que debe memorizarse, sino como una veta muy rica de posibilidades de realización y de rutas alternativas. Por otra parte, las búsquedas en grupo posibilitan el reconocimiento individual y el sentido de protagonista en cuanto cada grupo, por pequeño que sea se convierte en un colectivo que establece sus propias dinámicas, entre las cuales son de importancia los criterios que se construyen desde la matemática para juzgar si las propuestas que surgen son o no respuestas posibles al problema propuesto.

Los estudiantes buscan una solución a un problema específico por medio de la dinámica llamada "de los saludos", la que permite identificar diversas familias de problemas y patrones de solución a los mismos

1 "Apoyo y financiación de proyectos de innovación pedagógica e investigación en el aula que impacten en el área de matemáticas mediante la construcción del saber disciplinar en relación con los contextos culturales y los mundos posibles de los y las estudiantes de educación básica secundaria".